

Ćwiczenie 206.

Temat: Sprawdzanie twierdzenia Steinera za pomocą wahadła fizycznego.

I. Literatura:

1. R. Resnick, D. Halliday, Fizyka, t. 1, PWN
2. B. Jaworski, A. Dietłaf, Kurs fizyki, t. 1.
3. Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki w politechnice, praca zbiorowa pod red. T. Rewaja.
4. Instrukcja obsługi suwmiarki: <http://labor.zut.edu.pl/INSTRUKCJE/Suwmiarka.pdf>

II. Tematy teoretyczne:

1. Pojęcie bryły sztywnej, wielkości charakteryzujące ruch obrotowy bryły sztywnej, moment bezwładności.
2. Twierdzenie Steinera, ruch drgający prosty, okres drgań wahadła fizycznego.

III. Metoda pomiarowa:

Twierdzenie Steinera ma postać:

$$I = I_0 + m \cdot d^2$$

I_0 – moment bezwładności bryły o masie m względem osi przechodzącej przez środek masy,
 I – moment bezwładności względem innej osi, ale równoległej, do tej wymienionej wyżej,
 d – odległość między tymi osiami.

W doświadczeniu badamy trzy różne bryły, które są równocześnie wahadłami fizycznymi. Ze wzoru na okres wahadła fizycznego wyznaczamy momenty bezwładności tych brył względem osi przechodzącej przez punkt zawieszenia. Następnie z twierdzenia Steinera obliczamy moment bezwładności tych brył względem osi przechodzącej przez środek masy:

$$I_0 = I - m \cdot d^2$$

Wyniki tych obliczeń porównujemy z wynikami otrzymanymi ze wzorów teoretycznych. Badanymi przez nas bryłami są tarcza (walec), kula i pręt. Teoretyczne wzory na momenty bezwładności tych brył względem osi przechodzącej przez środek masy mają postać:

$$\text{tarczy: } I_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2; \text{ kuli: } I_0 = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2; \text{ pręta: } I_0 = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2$$

IV. Zestaw przyrządów:

3 wahadła fizyczne (tarcza, kula, pręt), waga oraz przymiar, suwmiarka, stoper i dodatkowe odważniki (wypożyczyć w pok. 619).

V. Wykonanie ćwiczenia:

1. Wyznaczyć masy 3 wahadeł (duże odważniki umieszczone są w szufladce wagi). Przed ważeniem należy wytarować wagę pokrętłem na lewym ramieniu wagi.
 2. Zmierzyć następujące wymiary wahadeł:
 - średnicę tarczy $2r$ i odległość od ostrza do środka tarczy d (suwmiarką),
 - średnicę kuli $2r$ i odległość od ostrza do środka kuli d (suwmiarką),
 - długość pręta l i odległość od ostrza do środka pręta d (przymiarem).
- Każdy pomiar powtórzyć trzykrotnie.
3. Zawiesić pierwsze wahadło (tarczę) ostrzem na uchwycie zamocowanym na ścianie.
 4. Wychylić wahadło z położenia równowagi o niewielki kąt (kilka stopni) i zmierzyć trzykrotnie czas 10 pełnych wahań (1 wahnięcie = tam i z powrotem)
 5. Pomiar opisany w punktach 3 i 4 powtórzyć dla pozostałych dwóch wahadeł (kuli i pręta).
 6. Zanotować dokładności użytych przyrządów pomiarowych.

VI. Opracowanie wyników pomiarów:

1. Obliczyć momenty bezwładności badanych brył oraz ich niepewności względem osi przechodzących przez środki ich mas w oparciu o wzory teoretyczne:

$$\begin{aligned}
 \text{- tarczy: } I_{01} &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 & (r\text{- promień tarczy}) & u(I_{01}) = I_{01} \cdot \sqrt{\left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{2 \cdot u(r)}{r}\right]^2} \\
 \text{- kuli: } I_{01} &= \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2 & (r\text{- promień kuli}) & u(I_{01}) = I_{01} \cdot \sqrt{\left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{2 \cdot u(r)}{r}\right]^2} \\
 \text{- pręta: } I_{01} &= \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2 & (l\text{- długość pręta}) & u(I_{01}) = I_{01} \cdot \sqrt{\left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{2 \cdot u(l)}{l}\right]^2}
 \end{aligned}$$

2. Obliczyć okresy drgań wszystkich trzech wahadeł $T = t/n = (\text{czas średni})/(\text{liczba drgań})$.

3. W oparciu o wzór na okres wahadła fizycznego obliczyć momenty bezwładności względem osi przechodzącej przez punkt zawieszenia i ich niepewności dla trzech badanych brył:

$$I = \frac{T^2 \cdot m \cdot g \cdot d}{4 \cdot \pi^2} \quad u(I) = I \cdot \sqrt{\left[\frac{2 \cdot u(T)}{T}\right]^2 + \left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{u(d)}{d}\right]^2}$$

4. Wykorzystując twierdzenie Steinera obliczyć momenty bezwładności każdej z brył względem osi przechodzącej przez środek masy oraz ich niepewności:

$$I_{02} = I - m \cdot d^2 \quad u(I_{02}) = \sqrt{[u(I)]^2 + [d^2 \cdot u(m)]^2 + [2 \cdot m \cdot d \cdot u(d)]^2}$$

(I – moment bezwładności wyznaczony w punkcie 3)

5. Dla każdej bryły na osi liczbowej zaznaczyć przedziały $\{ I_{01} - u(I_{01}), I_{01} + u(I_{01}) \}$ oraz $\{ I_{02} - u(I_{02}), I_{02} + u(I_{02}) \}$ i sprawdzić, czy przedziały te mają część wspólną.

• Uwagi dotyczące obliczenia niepewności:

$$u(m) = \frac{\Delta m}{\sqrt{3}}; \quad u(d) = \frac{\Delta d}{\sqrt{3}}$$

$$u(r) = \sqrt{u_A^2(r) + u_B^2(r)} \text{ gdzie: } u_A = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (2r_i - 2\bar{r})^2}{3 \cdot 2}}; \quad u_B(r) = \frac{\Delta r}{\sqrt{3}};$$

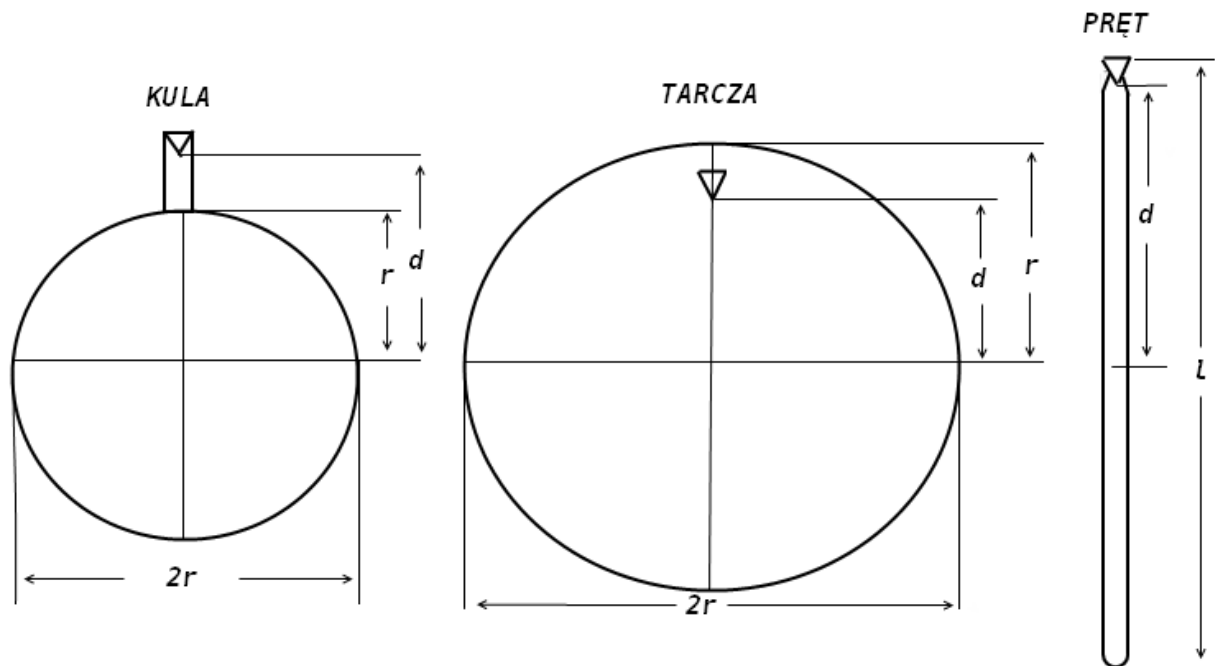
$$u(l) = \sqrt{u_A^2(l) + u_B^2(l)} \text{ gdzie: } u_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (l_i - \bar{l})^2}{3 \cdot 2}}; \quad u_B(r) = \frac{\Delta l}{\sqrt{3}};$$

$$u(T) = \sqrt{u_A^2(T) + u_{B1}^2(T) + u_{B2}^2(T)} \text{ gdzie:}$$

$$u_A(T) = \frac{1}{10} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (t_i - \bar{t})^2}{3 \cdot 2}}; \quad u_{B1}(T) = \frac{1}{10} \cdot \frac{\Delta t_1}{\sqrt{3}}; \quad u_{B2}(T) = \frac{1}{10} \cdot \frac{\Delta t_2}{\sqrt{3}}$$

(Δt_1 -dokładność stopera; Δt_2 - podwojony czas reakcji eksperymentatora)

Wartość $\frac{1}{10}$ w powyższych wzorach wynika z pomiaru czasu 10 drgań.



6. Wyniki pomiarów i obliczeń zestawień w tabeli:

Bryła	m [kg]	$2r$ lub l [m]	r lub l [m]	d [m]	t [s]	n	T [s]	I_{01} [kgm ²]	$u(I_{01})$ [kgm ²]	I [kgm ²]	I_{02} [kgm ²]	$u(I_{02})$ [kgm ²]
Tarcza						10						
Kula						10						
Pręt						10						

7. Zanotować dokładności (niepewności maksymalne) użytych przyrządów pomiarowych:

$\Delta m = \dots\dots\dots$ - niepewność maksymalna pomiaru masy = wartość najmniejszego użytego odważnika

$\Delta r = \dots\dots\dots$; $\Delta d = \dots\dots\dots$; $\Delta l = \dots\dots\dots$; $\Delta t = \dots\dots\dots$